

**В.Л. ДОРОФЕЕВ**, д.т.н., главный научный сотрудник ЦИАМ,  
г. Москва, Россия

**К.Б. АРНАУДОВ**, д.т.н., Болгарская Академия наук, г. София

**Д.В. ДОРОФЕЕВ**, программист ЦИАМ, г. Москва

## НАЗНАЧЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИСХОДНОГО КОНТУРА ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС С НЕСИММЕТРИЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ

Приводится основное правило расчета несимметричных зубьев, описан метод назначения параметров исходного контура для несимметричных зубьев; отмечается то, что каждому углу основной стороны исходного контура отвечает такой угол направляющей стороны, при котором прочность несимметричных зубьев по изгибу наиболее высока; по результатам расчета прочность зубчатых передач с несимметричными зубьями на 14-28% выше, в сравнении с зубчатыми передачами, имеющими традиционные симметричные зубья.

Приводиться основне правило розрахунку несиметричних зубів, описаний метод призначення параметрів початкового контуру для несиметричних зубів; наголошується те, що кожному куту основної сторони початкового контуру відповідає такий кут направляючої сторони, при якому міцність несиметричних зубів по вигину найбільш висока; по результатам розрахунку міцність зубчастих передач з несиметричними зубами на 14-28% вище, в порівнянні із зубчастими передачами що мають традиційні симетричні зуби.

The key rule of designed of asymmetrical teeth, the method of appointment of parameters' of an initial contour for asymmetrical teeth is described; that to each corner of the basic party of an initial contour there corresponds such corner of the directing party at which durability of asymmetrical teeth on a bend is highest is noticed; by results of calculation bending stress of asymmetrical tooth with asymmetrical teeth on 14-28% less.

**Введение.** По сравнению с зубчатыми колесами с симметричным профилем зубчатые колеса с несимметричным профилем имеют более высокий коэффициент перекрытия и по этой причине меньший шум и более высокую прочность. Метод построения несимметричных зубьев показан на рисунке 1.

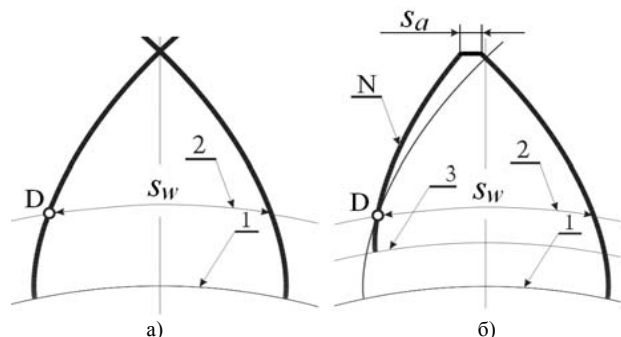


Рисунок 1 – Схема построения зубьев с несимметричным контуром

Исходным является контур зубьев с симметричным профилем. На этом контуре определяется начальная окружность и точки пересечения этой окружности с эвольвентами. Основное правило построения несимметричного профиля заключается в том, что толщина зубьев на начальной окружности  $s_w$  не зависит от того симметричный зуб или несимметричный. Поэтому толщину зубьев по начальной окружности можно рассчитывать по тем же формулам, которые используются для расчета традиционных симметричных зубьев.

Будем называть профиль зубьев, по которому выполняется основные расчеты – основным, а профиль зубьев, который изменяется для улучшения качественных показателей зубчатой передачи – направляющим. Обозначать этот профиль будем символом  $N$ .

Две эвольвенты (рисунок 1,а), образующие симметричный контур, разворачиваются с общей окружности 1. В точке  $D$  эвольвента, развернутая с основной окружностью, пересекает начальную окружность.

На вершине зуба две эвольвенты основного и вспомогательного профиля могут пересекаться, ограничивая тем самым высоту зуба.

Для устранения пересечения эвольвент на вершине зубьев *направляющую* эвольвенту надо "повернуть" относительно точки  $D$  и направить так, чтобы толщина зуба на вершине увеличилась. Это выполняется путем назначения второго угла профиля исходного контура  $\alpha_{nN}$  для направляющей эвольвенты. При уменьшении угла профиля направляющей эвольвенты т.е.  $\alpha_{nN} < \alpha_n$ , диаметр основной окружности 3 (рисунок 1,б) увеличивается, а угол профиля  $\alpha_{nN}$  в точке  $D$  уменьшается, и направляющая эвольвента изменяет свое положение, при этом толщина зубьев на вершине увеличивается. Важно, чтобы направляющая эвольвента проходила через точку  $D$ , лежащую на начальной окружности. Только в этом случае зацепление будет сопряженным, это связано с необходимостью обеспечить равенство шагов.

Толщину зубьев  $s_w$  несимметричных зубьев можно изменять, применяя для расчета стандартные формулы, путем применения коэффициента смещения  $x$  исходного контура.

**1. Краткий обзор публикаций по расчёту зубчатых передач с несимметричным профилем зубьев.** Наиболее полно теория эвольвентных зубчатых передач с несимметричными зубьями разработана Э.Б. Вулгаковым и изложена в работе [1, 2]. Для ознакомительных целей В.Л. Дорофеев разработал программу, алгоритмы которой построены на формулах, полученных Э.Б. Вулгаковым. Исходные тексты этой программы приведены в работе [3, 4]. Зубья с несимметричным профилем не имеют общей нормали, поэтому потребовалось искать иной способ измерения зубчатых колес. А.Л. Каплевич получил необходимые формулы для измерения толщины зубьев с помощью шариков и роликов [5]. В.П. Котельников в книге [6], описал метод расчёта геометрических размеров колес с несимметричными зубьями, используя параметры исходного контура. Дорофеев Д.В. [11] разработал метод анализа

контактной выносливости зубчатых передач, который может применяться как к симметричным, так и к несимметричным зубьям, основанный на новом методе построения блокировочных контуров с отображением на нем коэффициентов контактной выносливости.

Методика расчета напряжений и деформаций, а также анализ динамических процессов в передачах дан В.М. Ананьевым, В.Л. Дорофеевым и А.Л. Капелевичем в работе [7]. Промышленное использование зубчатых колес с несимметричным профилем для авиационного редуктора двигателя ТВ7-117 описано в работе [8]. Фотография зубьев одного из колес этого двигателя показана на рисунке 2.



Рисунок 2 – Зубья колеса с несимметричными профилями: основной профиль 33°, направляющий 25°

**2. Назначение параметров исходного контура для несимметричных зубьев.** Вместо "обобщающих параметров" предложенных в работе [1], в настоящее время применяются традиционные параметры: коэффициент высоты головки зубьев и коэффициент смещения исходного контура, и новые понятия: вместо одного угла исходного контура теперь задается два для основного и направляющего контура. Термин, направляющий профиль введен для того, чтобы отразить сущность коррекции зубчатого зацепления. Появилась возможность вместо коэффициента высоты головки зубьев задавать толщину зубьев на вершине [12, 13].

Применять значения угла  $\alpha_n > 35^\circ$  для основного профиля нецелесообразно, поскольку прочность зубчатой передачи в таком случае будет лимитироваться подшипниками качения.

Назначение угла  $\alpha_{nN}$  для направляющего профиля рассмотрим на конкретном примере зубчатой передачи с параметрами:  $z_{v1}=20$ ,  $z_{v2}=102$ ; коэффициенты смещения:  $x_{n1}=+0,227$ ;  $x_{n2}=0$ .

**3. Метод определения угла направляющей стороны исходного контура при фиксированном угле основной стороны.** Для повышения контактной прочности зубьев угол исходного контура принимается равным 33°. Далее назначаем ряд значений углов профиля для направляющего профиля и для каж-

дого угла вычисляем значения коэффициента формы зубьев  $Y_{FS}$ . Расчет коэффициентов может быть выполнен методом конечных элементов (МКЭ). Но более точным и быстрым оказался специально разработанный метод комплексных интегральных уравнений (МКИУ) [7]. Погрешность расчета коэффициентов  $Y_{FS}$  методом (МКИУ) не превышает 0,25%, что позволяет применять его в системах автоматизированного проектирования зубчатых передач.

Радиус кривизны вершины контура, определяющего форму галтели, назначаем так, чтобы этот радиус был максимальным, и достигалось полное скругление впадины зубьев. Полученные значения заносим в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты расчета коэффициента  $Y_{FS}$  при разных значениях направляющего угла исходного контура

$\alpha_{nN}$	7°	12°	18°	19°	20°	22°	33°
$Y_{FS}$	3,38	3,32	3,31	3,3	3,29	3,31	3,73

Из таблицы 1 выбираем значение угла  $\alpha_{nN}$ , при котором коэффициент  $Y_{FS}$  минимален. При  $\alpha_n=33^\circ$  минимальный коэффициент формы зубьев для направляющей стороны  $\alpha_{nN}=20^\circ$ . При всех других значениях по названной причине коэффициент формы зубьев  $Y_{FS}$  имеет большие значения и, следовательно, передача будет иметь более низкую прочность.

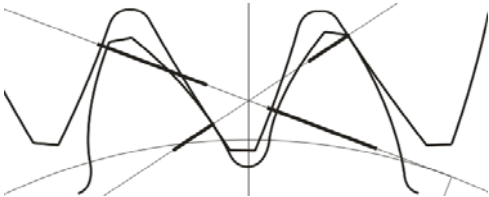


Рисунок 3 – Зацепление зубьев, имеющих наиболее высокую прочность:  $\alpha_n=33^\circ$ ,  $\alpha_{nN}=20^\circ$

Полученные углы исходного несимметричного контура  $\alpha_{nN}=33^\circ$  для основного профиля и  $\alpha_n=20^\circ$  для направляющего можно рекомендовать для применения в различных машинах. Общим для зубчатых передач с несимметричным профилем может быть исходный контур, показанный на рисунке 4.

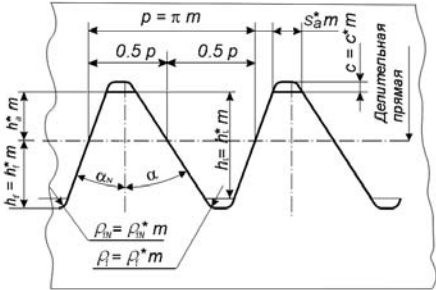


Рисунок 4 – Теоретический исходный контур для несимметричных зубьев

В таблице 2 приведены параметры трёх исходных контуров, каждый из которых рекомендуется для определенного класса зубчатых передач.

Таблица 2

№	$\alpha_{nN}$	$\alpha_n$	$h_a^*$	$s_a^*$	$\rho_f^*$	$\rho_{fN}^*$	$C^*$
1	33°	20°	1,0	var	0,2	0,2	0,25
2	25°	20°	var	0,35	0,3	0,3	0,25
3	33°	25°	1,0	var	0,3	0,3	0,2

Здесь символ var означает переменную изменяемую величину. В зубчатых передачах с исходными контурами №1 и №3 таковой является толщина зубьев на вершине зуба. В зубчатых передачах с исходным контуром №2 толщина зубьев на вершине – величина постоянная, но коэффициент высоты головки зубьев – величина изменяемая.

Исходный контур №1 рекомендуется для высоконагруженных передач, например для подъемного механизма. Исходный контур №2 – для быстроходных редукторов. Исходный контур №3 для зубчатых колес планетарных механизмов, в которых как основной, так и направляющий профили зубьев передают нагрузку.

Коэффициент  $h_f^*$ , в таблице 2 не приводится, поскольку зависит от коэффициента  $h_a^*$  сопряженного колеса.

Назначение уменьшенных радиусов  $\rho_f^*$  и  $\rho_{fN}^*$  в исходном контуре №1 связано с тем, что при иных параметрах не удастся реализовать правильное: без подрезания и интерференции зацепление колес во всём диапазоне изменения чисел зубьев и коэффициентов смещения. Но для конкретной зубчатой передачи радиусы  $\rho_f^*$  и  $\rho_{fN}^*$  могут быть вычислены оптимально по критерию минимума изгибных напряжений, что позволит дополнительно уменьшить их на 10-15%. Форма переходной кривой таких зубьев показана на рисунке 3.

Толщина вершины зубьев  $s_a$  передач с исходным контуром №2 для быстроходных редукторов задается постоянной величиной, равной  $s_a = s_a^* m$ . Такое решение позволяет создавать зубчатые передачи с максимально большим коэффициентом перекрытия и высокой плавностью работы.

Расчет коэффициентов формы выполнен методом, описанным в работе [7], при условиях: сила приложена к вершине зуба; метод обработки – обкатка фрезой без протуберанца.

Так для зубчатого колеса  $z=20$ ,  $x=0,226$  при угле исходного контура  $\alpha_n=33^\circ$  и  $\alpha_{nN}=20^\circ$  коэффициент  $Y_{FS}$  равен 3,29, при этом для стандартных зубьев с углом профиля  $\alpha_n=20^\circ$  коэффициент  $Y_{FS}$  равен 3,77 по стандартам [9, 10].

Таким образом, изгибная прочность при применении зубьев с несимметричным контуром может быть повышена 14-28%.

**4. Метод определения угла направляющей стороны исходного контура при разных значениях угла основной стороны.** В машиностроении применяются зубчатые колеса с различными углами исходного контура от 15 до

35. Рассмотрим, какое значение направляющего угла будет наиболее оптимальным для основного угла, назначенного по условию максимального коэффициента перекрытия, контактной или изгибной прочности. Применим метод, аналогичный описанному в предыдущем разделе. Расчетные данные представим в виде таблицы 3. Для множества пар значений углов основной и направляющей сторон от 15 до 45 данные расчета коэффициентов  $Y_{FS}$ , занесены в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты расчета коэффициента  $Y_{FS}$

Угол направляющей стороны исходного контура	Угол основной стороны исходного контура							
	15°	20°	25°	30°	33°	35°	40°	45°
10°	4,3	4,12	3,91	3,68	3,6	3,52	3,4	3,54
15°	4,1	3,93	3,74	3,54	3,47	3,4	3,4	3,71
20°	3,96	3,78	3,6	3,45	3,29	3,37	3,5	
25°	3,8	3,65	3,49	3,4	3,42	3,44		
30°	3,7	3,55	3,45	3,44	3,51	3,57		
33°	3,65	3,48						
35°	3,6	3,54	3,56	3,64				
40°	3,7	3,76	3,7					

Из результатов расчета, отраженных в таблице 3 видно, что оптимальные углы основной и направляющей сторон будут  $\alpha_n=33^\circ$  и  $\alpha_{nN}=20^\circ$ . Важно также то, что если рабочей будет направляющая сторона профиля зуба, то и в этом случае изгибные напряжения будут минимальны.

## 5. Изготовление зубчатых колес с несимметричным профилем. Э.Б.

Вулгаковым [1] получены основные формулы для точного образования зубьев методом обкатки. Процесс обкатки, полученный методом моделирования на компьютере, показан на рисунке. 5,а. На рисунке 5,б показано поле напряжений на несимметричном зубе. На нем видно, что контактные напряжения максимальны не на поверхности, а на некотором расстоянии от поверхности внутри тела зуба. Это позволяет определить необходимую глубину слоя цементации.

Для обработки колес с несимметричными зубьями более целесообразно применять станки, работающие методом копирования. В этом случае в компьютер зубошлифовального станка вводятся координаты точек профиля и переходной кривой, что позволяет полностью реализовать преимущества зубчатых колес с несимметричными зубьями.

## Выводы:

1. Зубчатые передачи с зубьями, имеющими несимметричный профиль, позволяют повысить прочность зубьев за счет увеличения приведенных радиусов кривизны и увеличенной толщины зубьев в основании. Несимметричные зубья имеют большую толщину зубьев на вершине, что уменьшает сколы зубьев и при большей высоте зубьев достигается большая плавность зацепления.

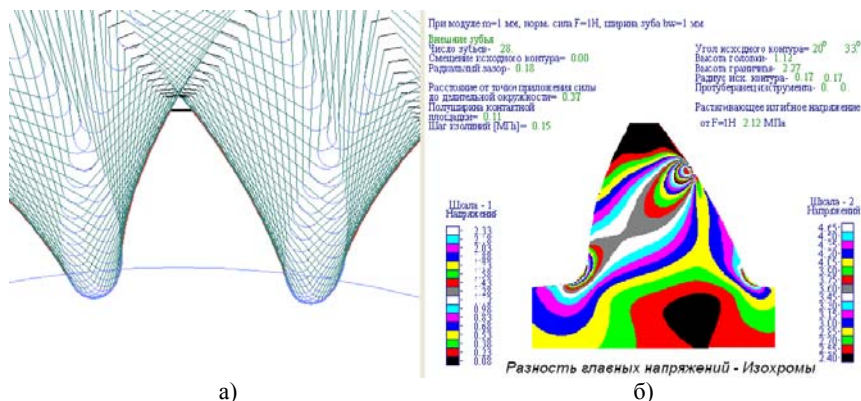


Рисунок 5 – Моделирование: а) образования зубьев с несимметричным профилем зубьев и углами профиля  $\alpha_n=33^\circ$ ,  $\alpha_{nN}=20^\circ$  методом обкатки; б) поля напряжений

2. В настоящее время имеется опыт серийного изготовления авиационных зубчатых колес с несимметричным профилем зубьев.

3. Применение зубьев с несимметричным профилем позволяет уменьшить изгибные напряжения на 14-28% и контактные напряжения на 18%.

4. Наименьшие изгибные напряжения достигаются при полном сглаживании переходной кривой.

5. Углы исходного контура зубчатых колес несимметричным профилем во всех случаях не равны углам профиля инструментального производящего контура. Это должно учитываться при разработке технологии изготовления зубчатых колес с несимметричным профилем. Для измерения толщины зубьев колес с несимметричным профилем нельзя применять метод измерения по длине общей нормали.

6. Для каждого основного угла исходного контура  $\alpha_n$  существует такой направляющий угол  $\alpha_{nN}$ , при котором изгибающие напряжения на стороне основного контура минимальны. Углы основной и направляющей сторон  $\alpha_n=33^\circ$  и  $\alpha_{nN}=20^\circ$  являются оптимальными для зубчатых передач с несимметричным профилем зубьев.

**Список литературы:** 1. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1995. – 320с. 2. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач; [http://new.gears.ru/zip/vulg/vulgakov\\_book.zip](http://new.gears.ru/zip/vulg/vulgakov_book.zip) 3. Вулгаков Э.Б., Дорофеев В.Л. Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах // Конверсия в машиностроении. – 2002. – С.148-154. 4. Вулгаков Э.Б., Дорофеев В.Л. Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах; [http://new.gears.ru/zip/vulg/vulg\\_s5.zip](http://new.gears.ru/zip/vulg/vulg_s5.zip) 5. Kapelevich A.L. Measurement of directly designed gears with symmetric and asymmetric teeth. VDI Berichte 2108 Band 2, 2010, 1029-1038. 6. Справочник по геометрическому расчёту эвольвентных зубчатых и червячных передач / Под ред. И.А. Болотовского. – М.: Машиностроение, 1986. – С.252-254. 7. Ананьев В.М., Дорофеев В.Л., Капелевич А.Л. Новые подходы к проектированию зубчатых передач авиационных редукторов // Вісник НТУ "ХПІ": Зб. наук. праць. – Харьков, 2009. – Вып.20. – С.19-29. 8. Novikov A.S., Paikin A.P., Dorofeyev V.L., Ananiev V.M., Kapelevich A.L. Application of Gears With Asymmetric Teeth in

Turboprop Engine Gearbox // Gear Technology, January/February 2008, s.60-65. 9. БДС 17108-89 Предавки зьбни циліндричні евольвентні з вьнішно зацепванє. Якосно изчисляване на зьбите. – София. Комитет по качеството, 1990. – 124с. 10. СТ СЭВ 5744-86 Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. 11. Дорофеев Д.В. Анализ методов оценки контактной выносливости зубчатых передач для повышения эффективности проектирования с использованием нового метода построения блокировочных контуров // Вісник НТУ "ХПІ": Зб. наук. праць. – Харьков, 2009. – Вып.20. – С.59-66. 12. Дорофеев Д.В., Шевченко И.В. Метод синтеза эвольвентного зубчатого зацепления для передач авиационной техники // Авиационная промышленность. – 2010. – №1. – С.39-42. 13. Дорофеев Д.В., Шевченко И.В. Блокирующий контур для зубчатых передач, спроектированных по заданной толщине зубьев на вершине // Электронный журнал "Наука и образование"; <http://technomag.edu.ru/doc/174986.html>

Поступила в редколлегию 31.05.11

УДК 621.833

**В.И. КОРОТКИН**, к.т.н., зав. лабораторией НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ, г. Ростов-на-Дону, Россия

**О.В. ЯВРУЯН**, к.ф.-м.н., младший научный сотрудник НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ

## ПРОДОЛЬНАЯ МОДИФИКАЦИЯ АРОЧНЫХ ЗУБЬЕВ ПЕРЕДАЧ НОВИКОВА КАК ФАКТОР СНИЖЕНИЯ ИХ НАПРЯЖЁННОСТИ

Приведена система, содержащая уравнения упругого равновесия и совместности упругих перемещений, дана зависимость для определения жёсткости арочных зубьев Новикова. Показано влияние технологических погрешностей зацепления на реальное количество контактных точек. С помощью разработанной программы дан анализ контактной и изгибной напряжённости зубьев при продольной модификации их поверхностей.

Приведена система, що містить рівняння пружної рівноваги і спільності пружних переміщень, дана залежність для визначення жорсткості аромних зубів Новікова. Показаний вплив технологічних погрешностей зацеплення на реальну кількість контактних крапок. За допомогою розробленої програми даний аналіз контактної і вигинистої напруженості зубів при подовжній модифікації їх поверхонь.

Shows a system containing an equation of elastic equilibrium and the compatibility of the elastic displacements, given the dependence for determining the stiffness of the Novikov arched teeth. Shows the influence of technological errors in engagement to the actual number of contact points. With using the developed program was given the contact stress and bending stress of teeth with longitudinal modification of their surfaces.

Известны достоинства цилиндрических зубчатых передач с арочными зубьями, особенно применительно к зацеплению Новикова [1]. Тем не менее, исследований по таким передачам явно недостаточно. Особенно это относится к работе передач в условиях технологических погрешностей зацепления